Smoothing methods using CHKS-functions for monotone complementarity problems

著者	堀田 敬介
内容記述	Includes bibliographical references Thesis (Ph. D. in Policy and Planning Sciences)--University of Tsukuba, (B), no. 1651, 2000.9.30
発行年	2000
URL	http://hdl.handle.net/2241/3329

氏　名（本籍）	掘　田　敬　介（千　葉　県）
学位の種類	博　　士（社会工学）
学位記番号	博　乙　第　1651　号
学位授与年月日	平成12年9月30日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
審査研究科	社会工学研究科
学位論文題目	Smoothing Methods Using CHKS-Functions for Monotone Complementarity Problems （単調相補性問題に対するCHKS関数を用いた平滑法）

主　査	筑波大学教授	工学博士	山　本　芳　嗣
副　査	筑波大学教授	理学博士	金　子　　　守
副　査	筑波大学教授	工学博士	香　田　正　人
副　査	筑波大学助教授	工学博士	吉　瀬　章　子
副　査	筑波大学助教授	工学博士	久　野　誉　人

論文の内容の要旨

関数$F: R^n \to R^n$の定義する相補性問題とは，以下の等式条件，非負条件，相補性条件

$y = F(x)$；$(x, y) \geq (0, 0)$；$x_i y_i = 0$　$(i = 1, 2, \cdots, n)$

を満たす点$(x, y) \in R^{2n}$を見つける問題である。工学，経済学の様々な問題がこの問題に定式化できることから，1960年代のDantzig, Cottle, Lemkeに代表される初期の研究以来，多くの研究がなされてきた。しかし，Fがアフィン関数である線形相補性問題すらNP完全であることが知らされており，提案された多くの算法ではその妥当性を保証するため，何らかの条件を仮定している。一方，単調なアフィン関数Fの決める線形相補性問題のクラスには重要な数理計画問題である線形計画問題や凸2次計画問題が含まれる。従ってこのクラスの問題を解く算法の開発は理論，応用の何れの視点からも重要な課題である。

1984年のKarmarkarによる線形計画問題に対する内点法の提案以来，内点法系列の算法が多数提案され，理論的側面，数値解析的側面から様々な研究がなされてきた。その結果，内点法は線形計画問題や凸2次計画問題を含む線形相補性問題のクラスを多項式時間で解くまでに至っている。しかし，多くの内点法は解析的中心から構成されるパスを追跡するため，その生成する点列は正象限に留まらなければならないという制限があった。その後1993年にChenとHarkerにより提案されたCHKS（Chen, Harker, Kanzow, Smale）型の関数を用いた平滑法は，初期点の任意性，生成される点列が正象限に限定されない点で新しい算法である。さらに，この算法の反復回数は問題サイズにあまり依存しないとの数値実験結果が報告されており，内点法に匹敵する算法として注目を集めている。しかし，本論文とそれに先立つ著者の研究以前には，この算法が線形計画問題を含む線形相補性問題のクラスを解くことが理論的に保証されておらず，そらに現在まで多項式時間算法であるかどうかもわかっていない。

本論文はその第3章で，非線形相補性問題に対するCHKS関数を用いた平滑法を提案している。その算法は，相補性条件をパラメータμで摂動した以下の問題

$y = F(x)$；$(x, y) \geq (0, 0)$；$x_i y_i = \mu^2$　$(i = 1, 2 \cdots, n)$

の非負条件と摂動相補性条件をCHKS関数を用いて等価な等式条件

$\phi(\mu, x_i, y_i) = 0$　$(i = 1, 2, \cdots, n)$

に置き換え，相補性問題の制約を近似する方程式系を作ることに基礎を置いている。ここでϕはCHKS関数と呼ば

れ

$$\phi\ (\mu, a, b)\ = a + b - \sqrt{(a-b)^2 + 4\mu^2}$$

である。こうして得られた方程式系の解はμによってパラメタライズされたパスを作る。このパスをNewton法を用いてを追跡することにより，相補性問題の解を求めるというものである。その主な特徴は，

1．内点法の多くが初期点及び反復中に生成される点列を正象限に限定しなければならないのとは異なり，この算法は任意の点を初期点として始めることができ，反復の途中で生成される点列も正象限に限る必要がない

2．内点実行可能解を持つ単調相補性問題を含むクラスの問題に対して，大域的収束性が保証された最初の算法である。従って，内点実行可能解を持つ線形計画問題を解くことが保証でき，さらに有限回の反復で原問題の近似解を求めることができることが理論的に保証されている

の２点である。本論文の第４章は線形相補性問題に対して２つの予測修正子型の平滑法を提案している。第１の予測修正子型平滑法は，有限反復で近似解を求めることができることを理論的に解析した最初の算法である。ただしその多項式時間計算複雑度は導出されていない。第２の予測修正子型平滑法は，第１の算法に近傍概念を導入して修正したもので，反復回数のオーダーが改善されている。

審　査　の　結　果　の　要　旨

本論文は，相補性問題のあるクラスに対する平滑法を提案し，その大域的収束性を示している。

1．上記のクラスが線形計画問題や凸２次計画問題を含む重要なクラスであること

2．これまでの平滑法ではこのクラスの問題に対して大域的収束性が示されていなかったこと

3．線形相補性問題に対して提案した平滑法としては初めて計算複雑度を評価できた算法であること

を考えると，本論文の内容は社会工学の数理計画分野で高く評価できる貢献である。ただし，算法の提案とその分析がCHKS関数を用いたものに限られており，相補性条件を近似する他の関数に対しての拡張が今後望まれるところである。

以上より本論文は博士（社会工学）の学位請求論文として十分な水準に達していると判断される。

よって，著者は博士（社会工学）の学位を受けるに十分な資格を有するものであると認める。